



Mikroekonomia B.3



Mikołaj Czajkowski

Koszty produkcji

- ▶ Funkcja produkcji – jak z czynników powstaje produkt
- ▶ Ta sama produkcja możliwa przy różnych kombinacjach czynników
 - ▶ Którą wybrać – ceny czynników
- ▶ Funkcja produkcji + ceny czynników -> funkcja kosztów
 - ▶ Optymalnie dobrane ilości czynników
 - ▶ Koszt zależy od wielkości produkcji
 - ▶ Funkcja kosztów w SR / LR



Czym są koszty?

- ▶ Jak zdefiniować koszty do minimalizacji?
 - ▶ Wynajmowany sprzęt, budynki, ludzie
 - ▶ Posiadany sprzęt, budynki
 - ▶ Jak oszacować koszty?
- ▶ Koszty księgowe
 - ▶ Faktycznie poniesione wydatki
 - ▶ Stopa deprecjacji posiadanych zasobów
- ▶ Koszty ekonomiczne
 - ▶ Koszty utraconych możliwości (*opportunity costs*)
 - ▶ Koszty związane z innym możliwym zastosowaniem czynników



Koszty utraconych możliwości

- ▶ Przykłady:

- ▶ Firma posiada budynek
- ▶ Osoba zakładająca własną firmę
- ▶ Uniwersytet posiadający własną ziemię

- ▶ Koszty utraconych możliwości powinny być wzięte pod uwagę w analizie ekonomicznej, choć nie zawsze są oczywiste

Koszty utopione

- ▶ Koszty utopione (*sunk costs*)

- ▶ Wydatki, które zostały poniesione i nie mogą zostać odzyskane
- ▶ Nie ma alternatywnych zastosowań

- ▶ Przykład:

- ▶ Firma kupiła opcję na zakup budynku na nową siedzibę
- ▶ Opcja kosztowała 2 mln zł
- ▶ Budynek ma kosztować 5 mln zł
(więc koszt z opcją 7 mln zł)
- ▶ Pojawia się inna możliwość za 6 mln zł
- ▶ Który budynek kupić?



Koszty utopione

- ▶ Przykłady c.d.:
 - ▶ Budowa obwodnicy Augustowa
 - ▶ Bilet miesięczny i taxi
 - ▶ Bilet do kina i grypa
 - ▶ Poker Texas Hold'em i blinds
- ▶ Nie powinny być brane pod uwagę w analizie ekonomicznej przyszłych decyzji – ważne tylko koszty jeszcze do poniesienia

Zmienność kosztów

- ▶ Koszt całkowity

- ▶ TC – Total Cost

- ▶ Koszt stały (nie zależy od wielkości produkcji)

- ▶ FC – Fixed Cost

- ▶ Koszt zmienny (zależy od wielkości produkcji)

- ▶ VC – Variable Cost

$$TC(q) = FC + VC(q)$$

- ▶ Np.

$$TC(q) = 75q^3 - 15q^2 + 2q + 70 + \frac{q}{5}$$

Zmienność kosztów

- ▶ Stałość / zmienność kosztów a krótki / długi okres

- ▶ Krótki okres – część kosztów stałych
- ▶ Długi okres – wszystkie koszty zmienne
- ▶ L / K

- ▶
$$TC(q) = 75q^3 - 15q^2 + 2q + 70 + \frac{q}{5}$$

- ▶ Koszty quasi-stałe

$$TC(q) = \begin{cases} 75q^3 - 15q^2 + 2q + 70 + \frac{q}{5} & \text{dla } q > 0 \\ 0 & \text{dla } q = 0 \end{cases}$$

Przykłady przedsięwzięć a charakter kosztów

- ▶ **Software**

- ▶ Większość kosztów utopionych (przygotowanie programu)

- ▶ **Uniwersytet Warszawski**

- ▶ Większość kosztów stałych

- ▶ **Produkcja stringów z koniakowskich koronek**

- ▶ Większość kosztów zmiennych



Koszt średni

- ▶ Koszt średni

- ▶ *AC – Average Cost*

- ▶ *Koszt przypadający na jednostkę produktu*

- ▶
$$AC(q) = \frac{TC(q)}{q}$$

- ▶ Czasami oznaczany *ATC*



Koszt średni

- ▶ Średni koszt stały

- ▶ *AFC – Average Fixed Cost*

$$AFC(q) = \frac{FC}{q}$$

$$\lim_{q \rightarrow \infty} AFC(q) = 0$$

- ▶ Średni koszt zmienny

- ▶ *AVC – Average Variable Cost*

$$AVC(q) = \frac{VC(q)}{q}$$

- ▶ Więc:

$$AC(q) = AFC(q) + AVC(q)$$

Koszt krańcowy

- ▶ Koszt krańcowy

- ▶ *MC – Marginal Cost*

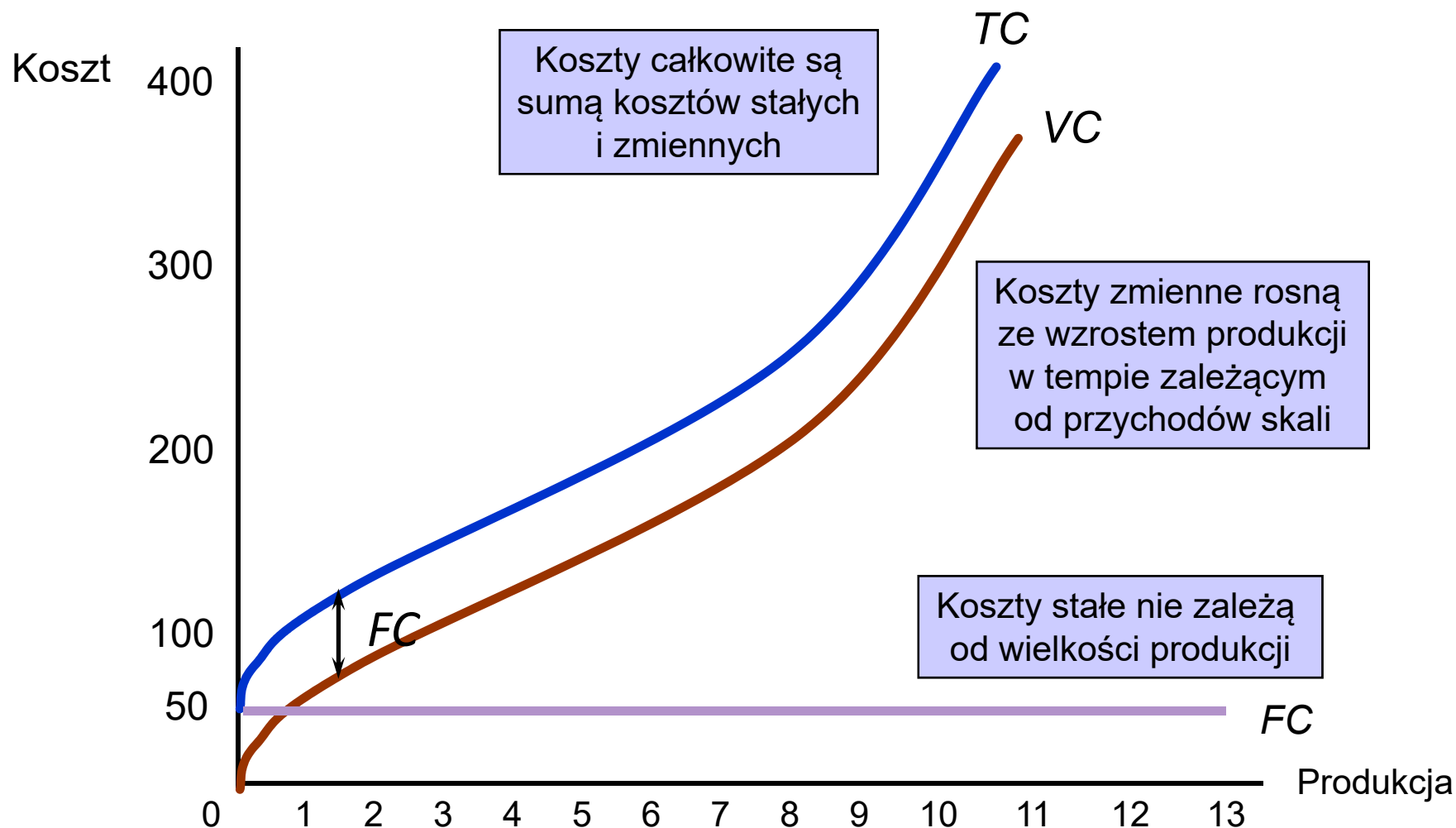
- ▶ Koszt wynikający z krańcowego zwiększenia produkcji

- ▶ $MC(q) = \frac{dTC(q)}{dq} = \frac{dVC(q)}{dq}, \text{ bo } \frac{dFC}{dq} = 0$

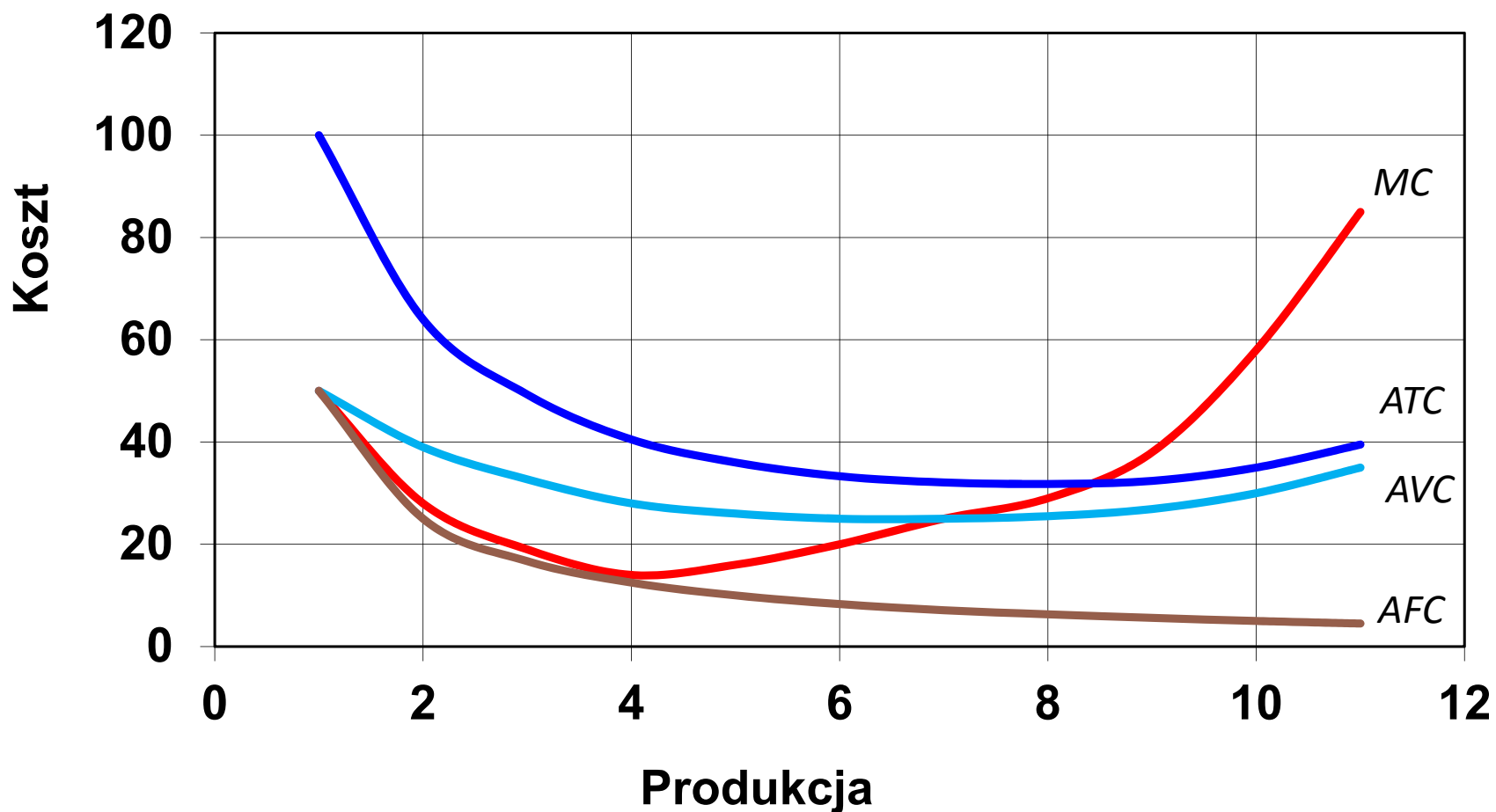
Krzywe kosztów

<i>Rate of Output (Units per Year)</i>	<i>Fixed Cost (Dollars per Year)</i>	<i>Variable Cost (Dollars per Year)</i>	<i>Total Cost (Dollars per Year)</i>	<i>Marginal Cost (Dollars per Unit)</i>	<i>Average Fixed Cost (Dollars per Unit)</i>	<i>Average Variable Cost (Dollars per Unit)</i>	<i>Average Total Cost (Dollars per Unit)</i>
	(FC) (1)	(VC) (2)	(TC) (3)	(MC) (4)	(AFC) (5)	(AVC) (6)	(ATC) (7)
0	50	0	50	—	—	—	—
1	50	50	100	50	50	50	100
2	50	78	128	28	25	39	64
3	50	98	148	20	16.7	32.7	49.3
4	50	112	162	14	12.5	28	40.5
5	50	130	180	18	10	26	36
6	50	150	200	20	8.3	25	33.3
7	50	175	225	25	7.1	25	32.1
8	50	204	254	29	6.3	25.5	31.8
9	50	242	292	38	5.6	26.9	32.4
10	50	300	350	58	5	30	35
11	50	385	435	85	4.5	35	39.5

Krzywe kosztów

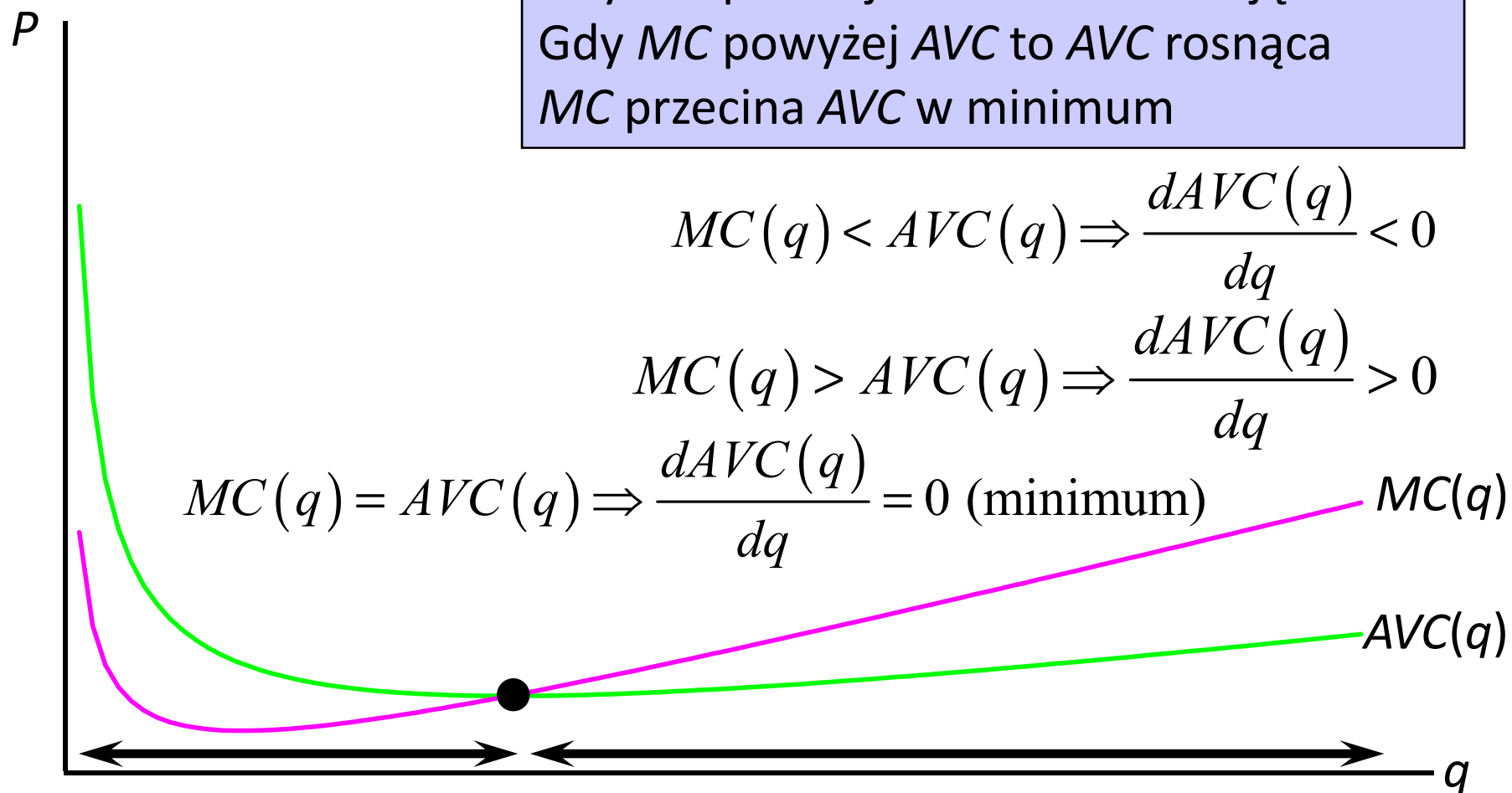


Krzywe kosztów



Krzywe kosztów

Gdy MC poniżej AVC to AVC malejąca
Gdy MC powyżej AVC to AVC rosnąca
 MC przecina AVC w minimum



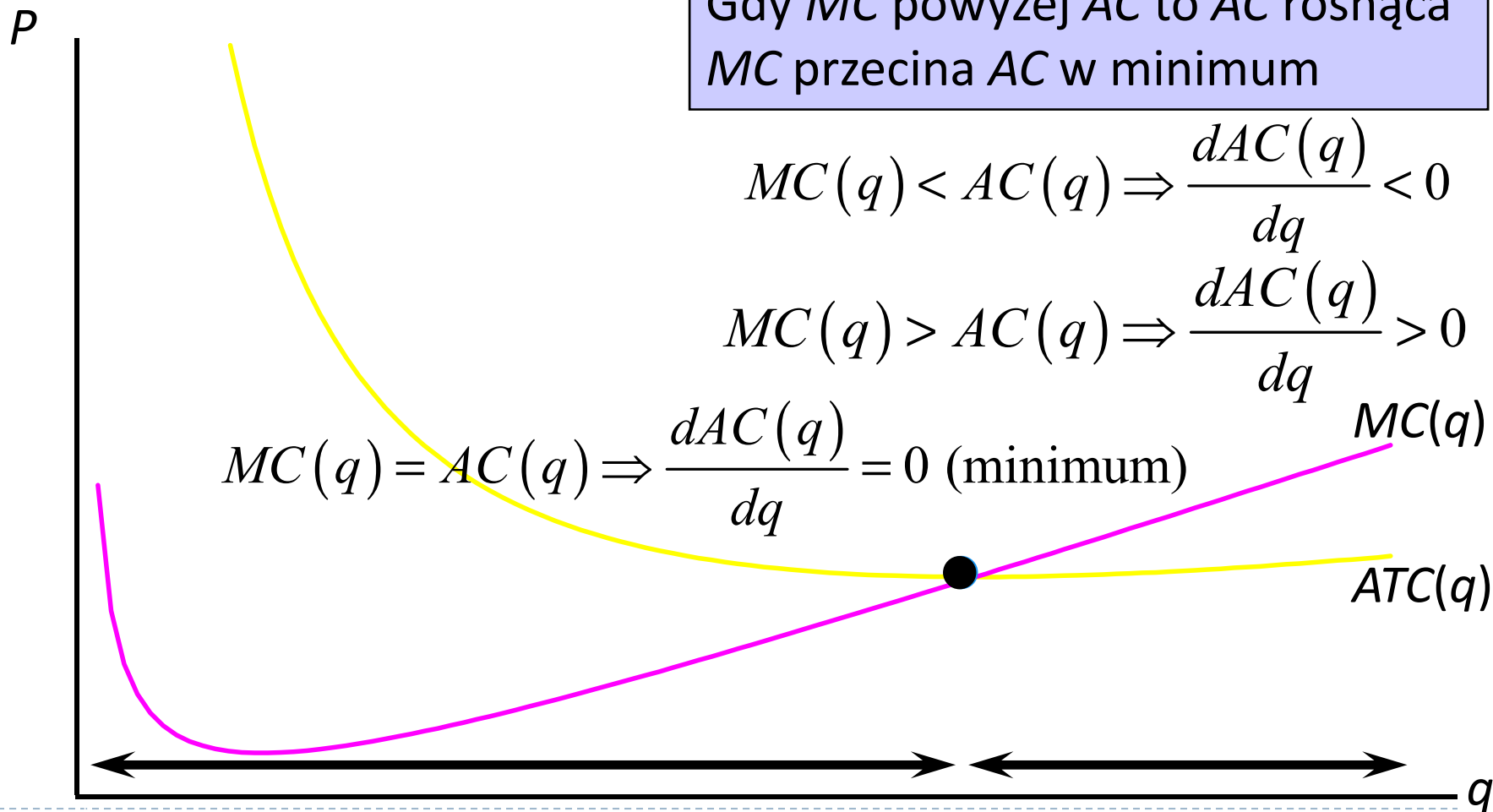
Krzywe kosztów

Gdy MC poniżej AC to AC malejąca
Gdy MC powyżej AC to AC rosnąca
 MC przecina AC w minimum

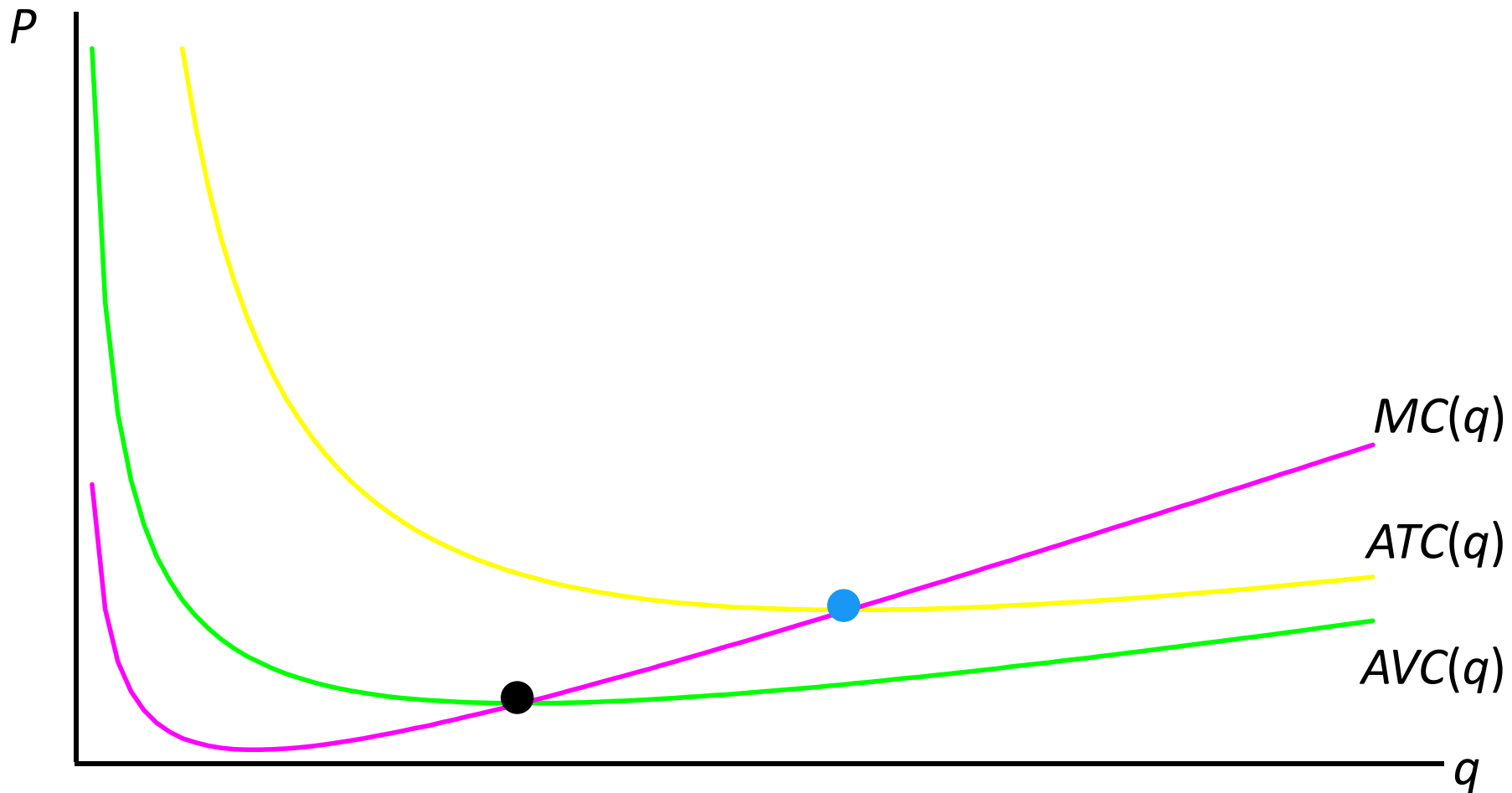
$$MC(q) < AC(q) \Rightarrow \frac{dAC(q)}{dq} < 0$$

$$MC(q) > AC(q) \Rightarrow \frac{dAC(q)}{dq} > 0$$

$$MC(q) = AC(q) \Rightarrow \frac{dAC(q)}{dq} = 0 \text{ (minimum)}$$



Krzywe kosztów

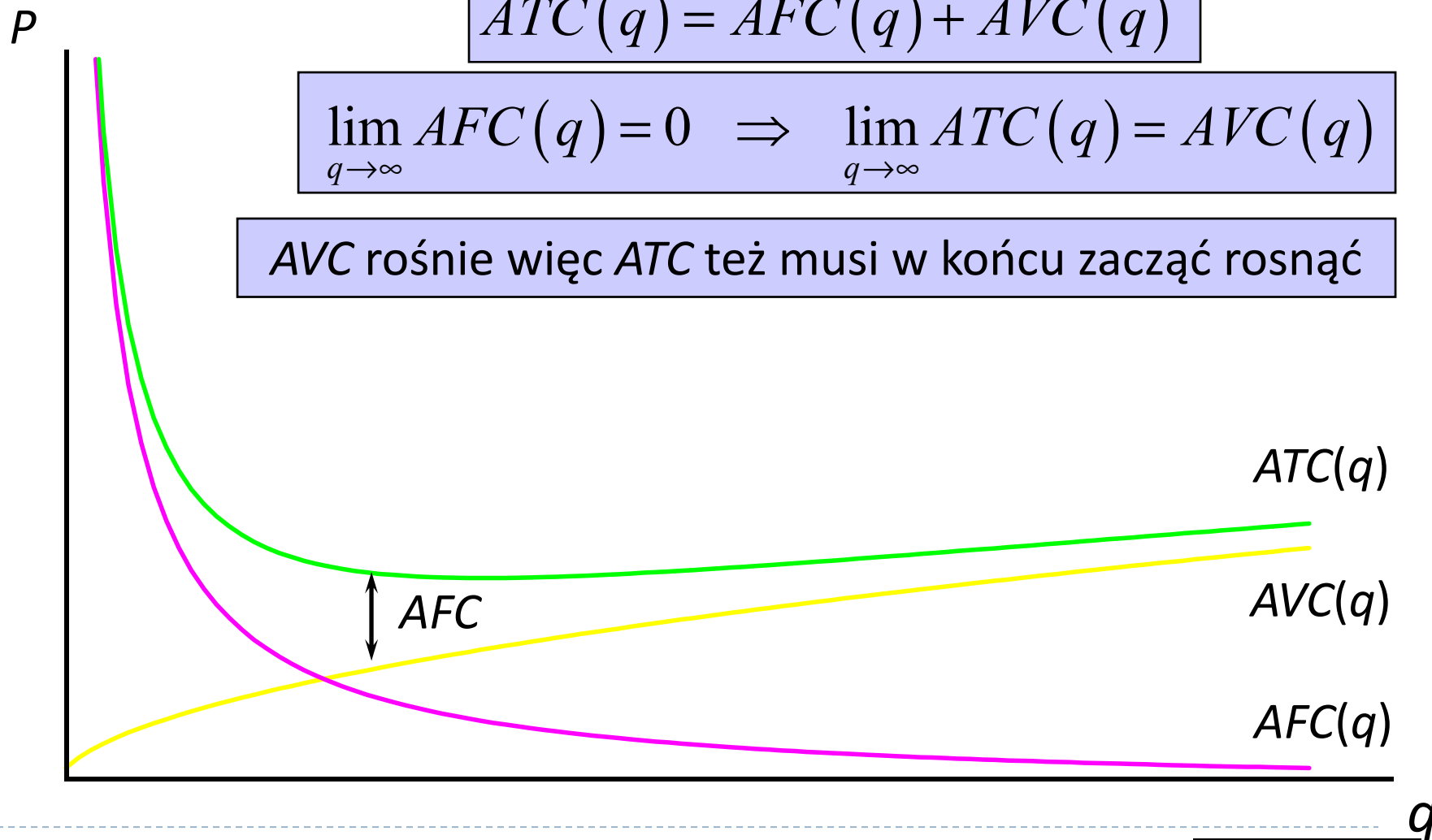


Krzywe kosztów

$$ATC(q) = AFC(q) + AVC(q)$$

$$\lim_{q \rightarrow \infty} AFC(q) = 0 \Rightarrow \lim_{q \rightarrow \infty} ATC(q) = AVC(q)$$

AVC rośnie więc ATC też musi w końcu zacząć rosnąć

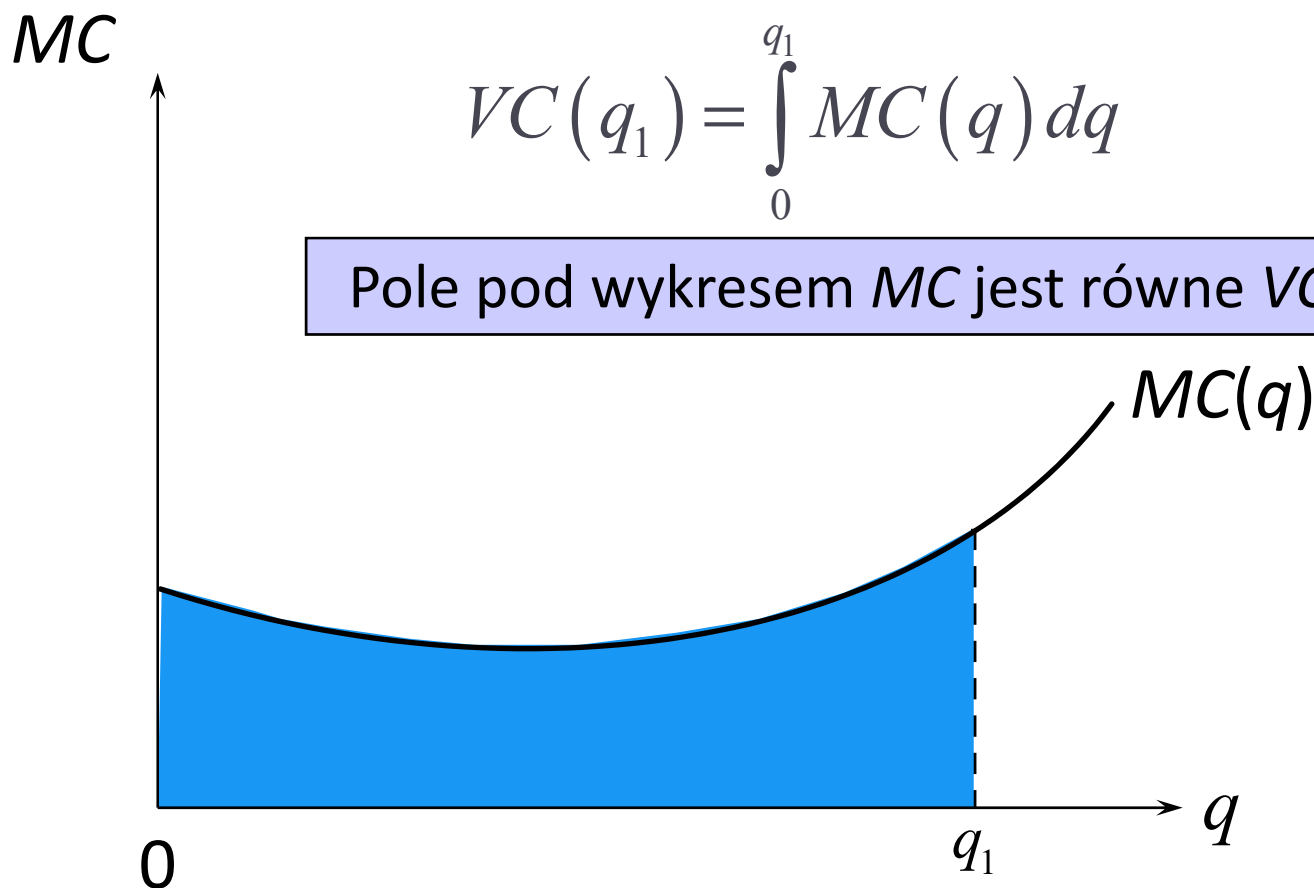


Krzywe kosztów

MC jest pochodną VC , więc całka z MC to VC

$$VC(q_1) = \int_0^{q_1} MC(q) dq$$

Pole pod wykresem MC jest równe VC



Krzywe kosztów

$$\int MC(q) dq = VC(q) + c = TC(q)$$

$$c = FC$$



Koszty w krótkim / długim okresie

- ▶ W krótkim okresie ilość niektórych czynników stała (K)
- ▶ W zależności od ich poziomu:
 - ▶ Różne koszty stałe (FC)
 - ▶ Różna produktywność zmiennych czynników
 - ▶ Różne koszty zmienne

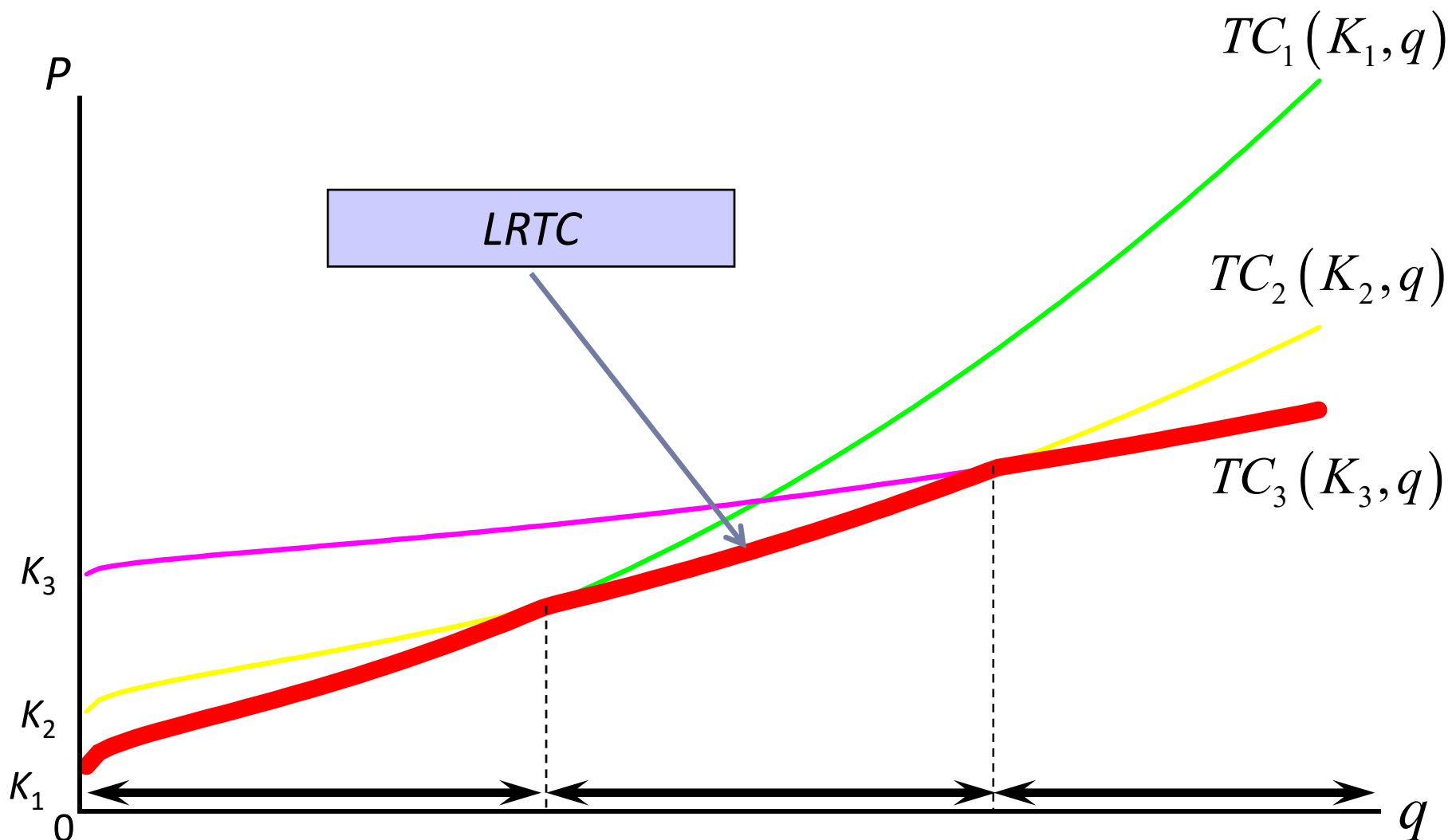
Koszty w krótkim / długim okresie

▶ Przykład:

- ▶ Jednostka czynnika zmiennego (L) zwiększa produkcję o MP_L
- ▶ Zwiększenie produkcji o 1 wymaga więc $\frac{1}{MP_L}$ czynnika L
- ▶ Każda jednostka L kosztuje tyle samo (w), więc dodatkowy koszt krańcowego zwiększenia produkcji to $MC = \frac{w}{MP_L}$
- ▶ Nachylenie krzywej całkowitego kosztu
- ▶ Jeśli czynniki produkcji K i L komplementarne, to zwiększenie K powoduje wzrost MP_L a więc spadek MC (nachylenia TC)



Koszty w krótkim / długim okresie

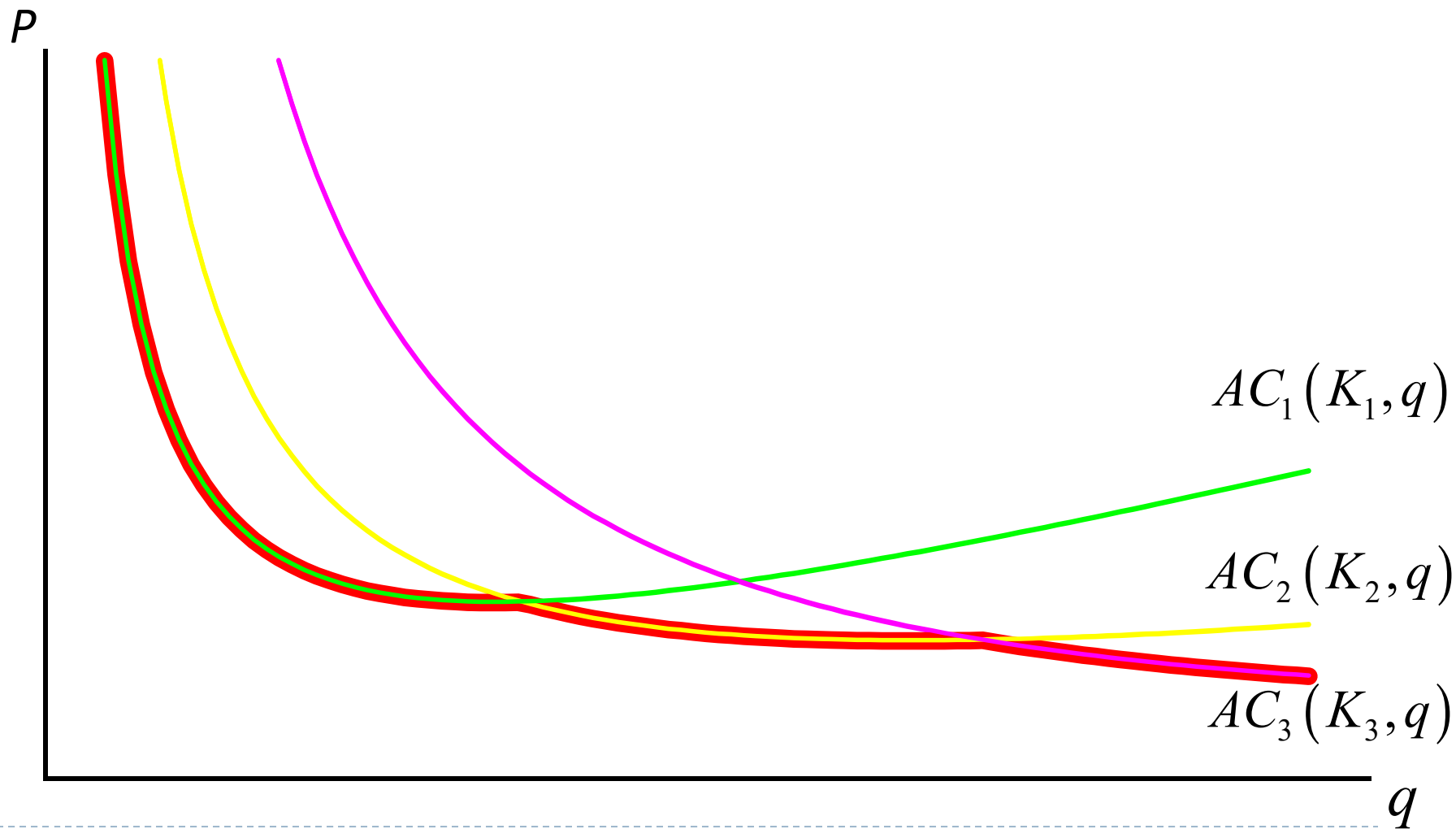


Koszty w krótkim / długim okresie

▶ Wnioski:

- ▶ $LRTC$ obwiednią krótkookresowych krzywych TC
- ▶ $LRTC$ bardziej elastyczna niż $SRTC$
- ▶ $LRAC$ obwiednią krótkookresowych krzywych AC

Koszty w krótkim / długim okresie

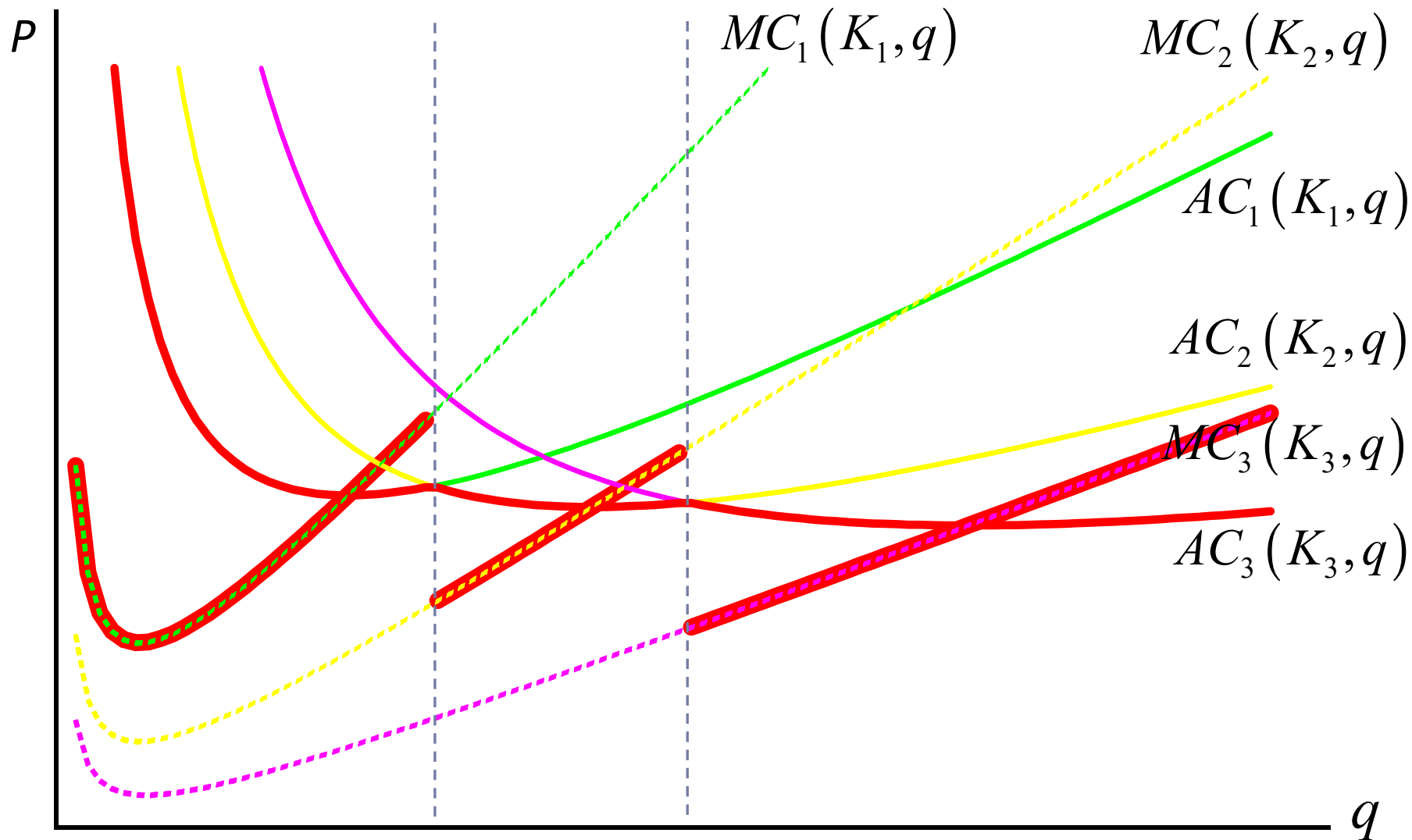


Koszty w krótkim / długim okresie

- ▶ Czy długookresowy koszt krańcowy to obwiednia krótkookresowych kosztów krańcowych?



Koszty w krótkim / długim okresie



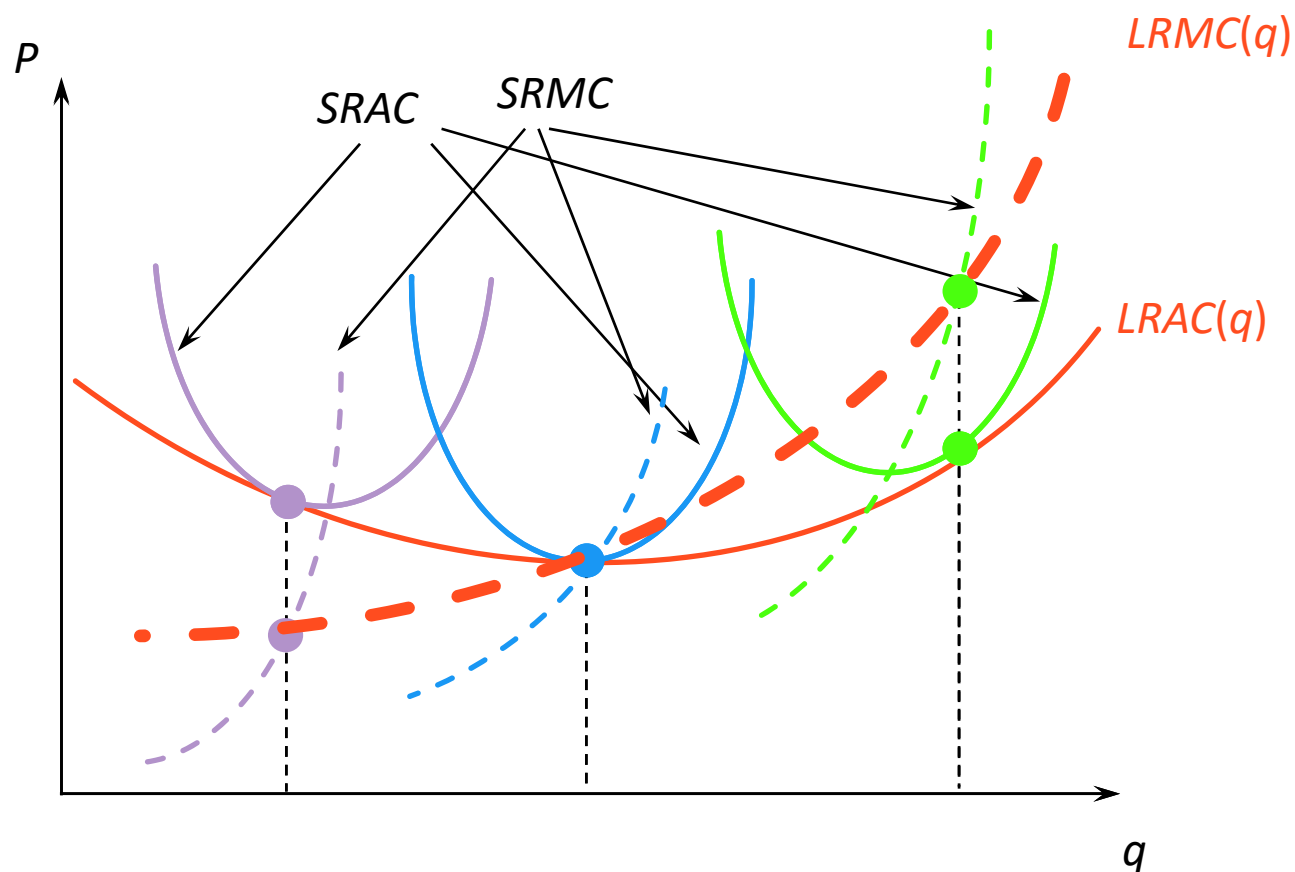
Koszty w krótkim / długim okresie

▶ Wnioski:

- ▶ Jeśli $q > 0$, to długookresowy MC jest MC dla krótkookresowej funkcji kosztów, którą firma wybiera
- ▶ Nie ma znaczenia ilość krótkookresowych funkcji kosztów
- ▶ Więc dla przypadku ciągłego (każdego możliwego K)...



Koszty w krótkim / długim okresie



Case study – plujka czy laser?

Jak wykorzystać funkcje kosztów do wyboru drukarki?

Rozważasz zakup nowej drukarki – do drukowania zadań z mikroekonomii (tylko czarno-białe). Drukarka, która drukuje w jakości 1200 dpi 15 stron na minutę kosztuje 450 zł (laserowa) lub 225 zł (atramentowa). Laserowa jest droższa, ale dla niej koszt papieru i tonera to 0,12 zł za stronę, podczas gdy dla atramentowej – 0,21 zł. Funkcje kosztów można więc zapisać jako:

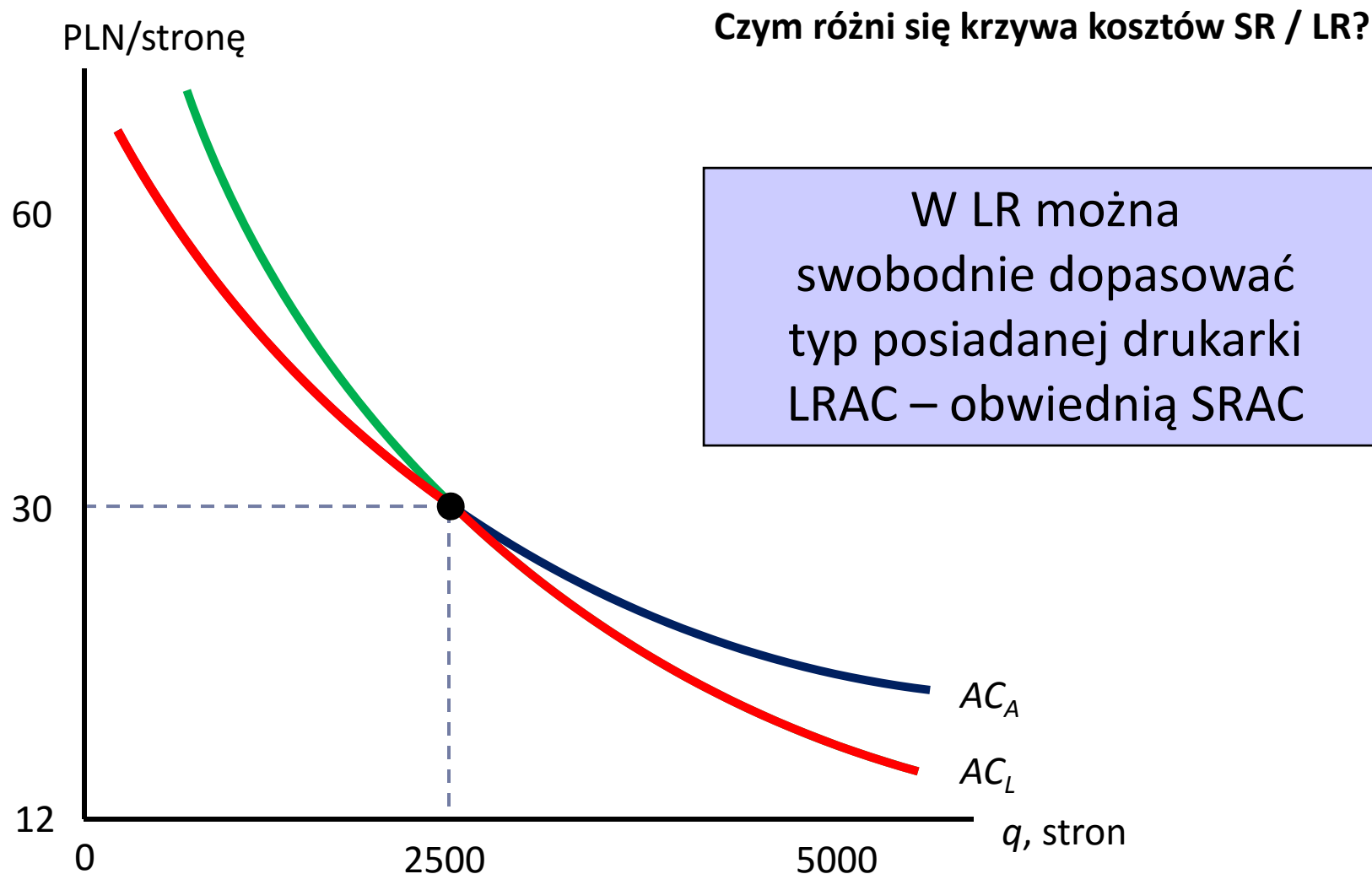
$$TC_L = 450 + 0,12q \quad TC_A = 225 + 0,21q$$

Więc koszt średni:

$$AC_L = \frac{450}{q} + 0,12 \quad AC_A = \frac{225}{q} + 0,21$$

Łatwo obliczyć, że przy wydruku ponad 2500 stron bardziej opłaca się kupić drukarkę laserową. Zakładając, że drukarka będzie używana przez 2 lata, opłaca się kupić laser drukując ponad ok. 25 stron na tydzień.

Case study – plujka czy laser?



Koszty a przychody skali

- ▶ Kształt krzywych AC i MC zdeterminowany przez przychody skali
 - ▶ Stałe przychody skali:
 - ▶ Podwojenie nakładów = podwojenie produkcji
 - ▶ AC stała
 - ▶ $MC = AC$
 - ▶ Rosnące przychody skali:
 - ▶ Podwojenie nakładów > podwojenie produkcji
 - ▶ AC malejąca
 - ▶ $MC < AC$
 - ▶ Malejące przychody skali:
 - ▶ Podwojenie nakładów < podwojenie produkcji
 - ▶ AC rosnąca
 - ▶ $MC > AC$

Case study – koszty a przychody skali



Korzyści skali produkcji energii w turbinach wiatrowych

Jakie są źródła korzyści skali w produkcji?

Ilość energii generowanej przez turbinę wiatrową zależy od (sześciannu) prędkości wiatru i (kwadratu) średnicy łopat turbiny. Na siłę wiatru, poza wybraniem lokalizacji, nie można mieć wpływu. Można jednak budować turbiny o różnej wielkości. Produkcja małej turbiny kosztuje mniej niż dużej, ale wzrost kosztu w zależności od wielkości jest w pewnym zakresie mniejszy niż wzrost ilości produkowanej energii. Stąd korzyści skali. Zakładając 20 lat czasu życia turbiny koszty dla 150 kW i 600 kW turbiny można podsumować w następujący sposób:

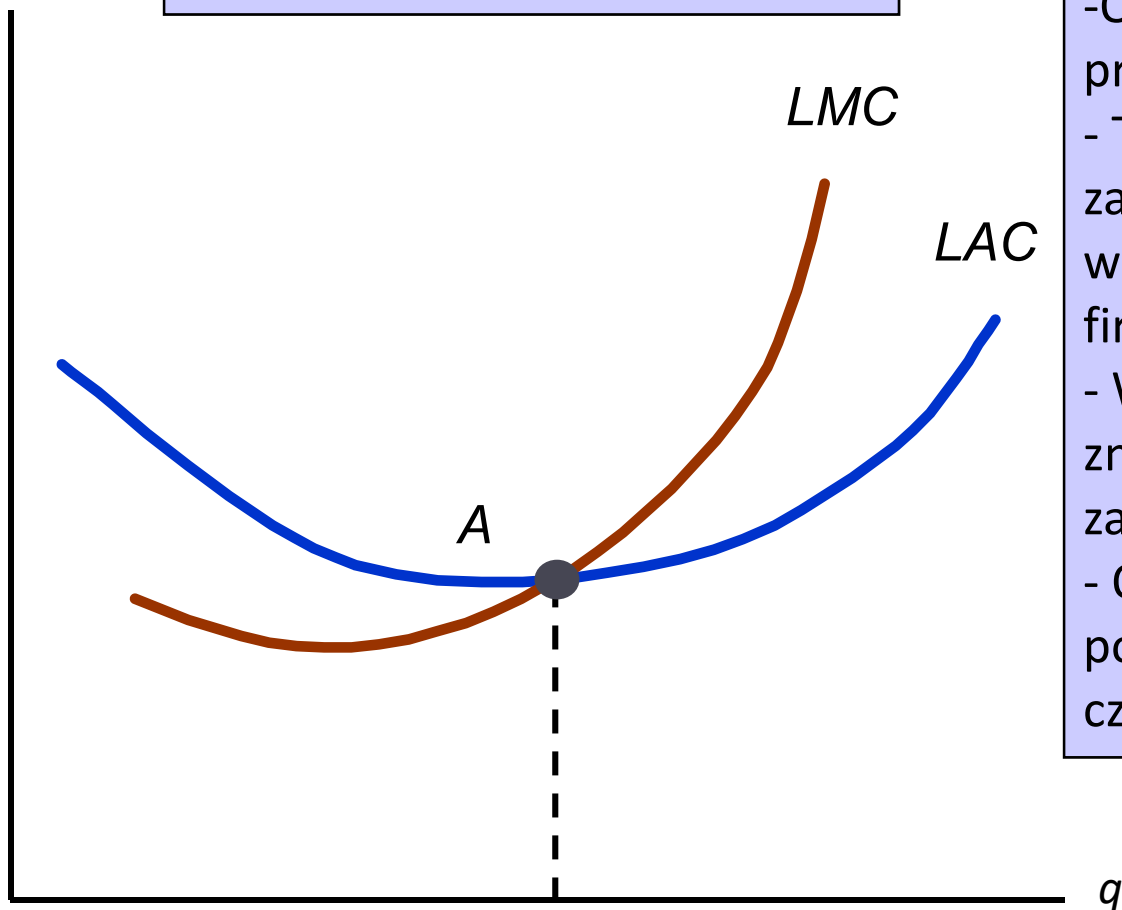
	150 kW	600 kW
Koszt turbiny [PLN]	450 000	1 260 000
Koszt instalacji [PLN]	300 000	300 000
Koszty O&M [PLN]	225 000	378 000
Koszty razem [PLN]	975 000	1 938 000
Generowana energia [kWh]	5 milionów	20 milionów
Średni koszt [PLN/MWh]	195	97

Koszty a przychody skali

P

Zwykle LAC w kształcie U

-Specjalizacja
-Większa elastyczność organizacji pracy
-Niższa cena zakupu czynników przy większych zamówieniach



-Ograniczenia przestrzenne
- Trudności w zarządzaniu większymi firmami
- Wyczerpanie zniżek przy zakupach
- Ograniczenie podaży czynników

Koszty a przychody skali

- ▶ Korzyści skali można zmierzyć za pomocą elastyczności kosztu względem produkcji (kosztowo-produktowej)
 - ▶ Jak relatywnie zmienia się koszt przy relatywnej zmianie produkcji

$$\epsilon_q TC = \frac{dTC}{dq} \frac{q}{TC} = \frac{\frac{dTC}{dq}}{\frac{TC}{q}} = \frac{MC}{AC}$$

Elastyczność kosztowo-produktowa

▶ Korzyści skali a elastyczność

- ▶ $\varepsilon_q TC = 1$ koszty rosną proporcjonalnie do produkcji
- ▶ $\varepsilon_q TC > 1$ wzrost produkcji powoduje ponadproporcjonalny wzrost kosztów – malejące przychody skali
- ▶ $\varepsilon_q TC < 1$ wzrost produkcji powoduje mniej niż proporcjonalny wzrost kosztów – rosnące przychody skali

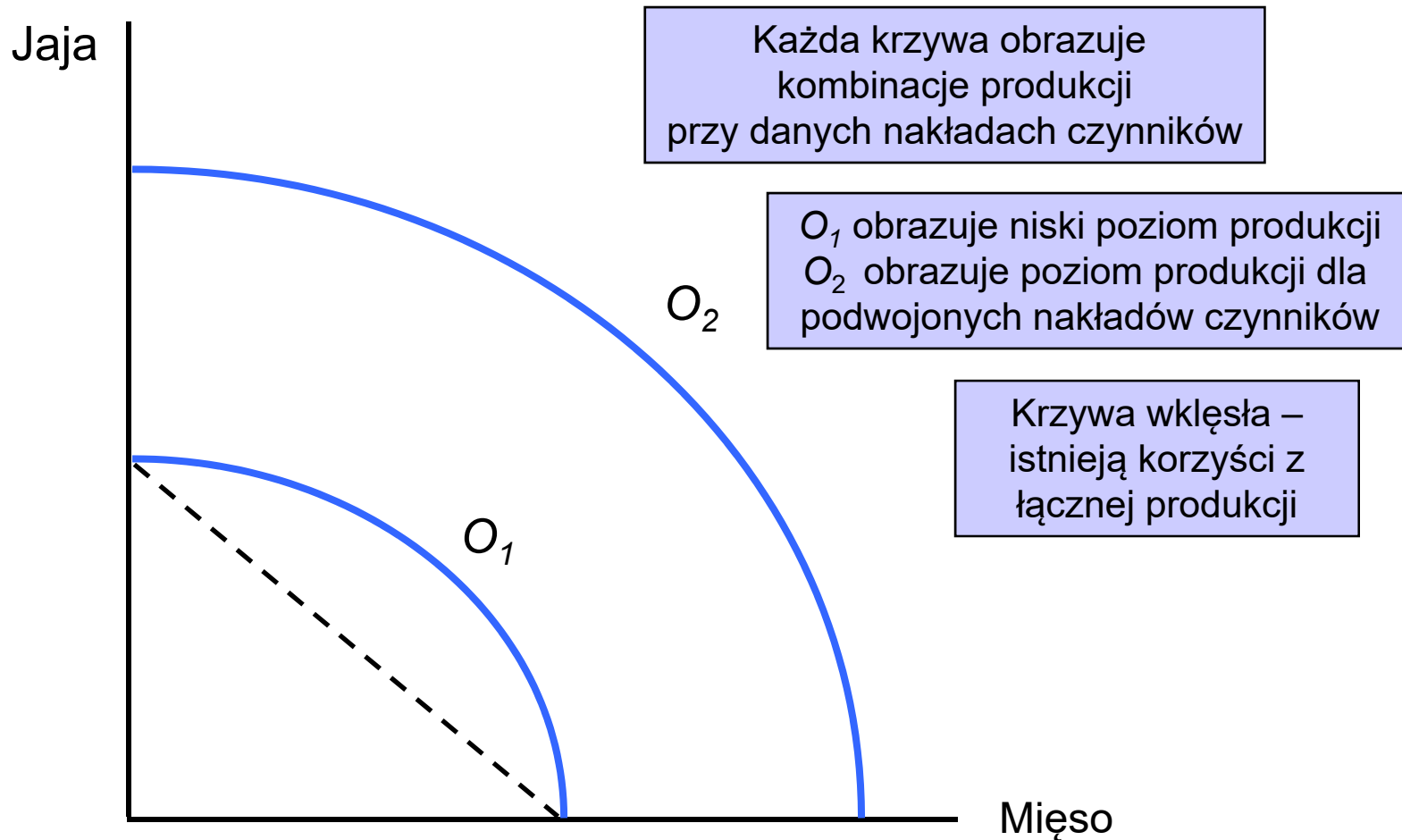
Przychody zakresu produkcji

- ▶ Wiele firm produkuje więcej niż jeden produkt
 - ▶ Kurza ferma: jaja i drób
 - ▶ Fabryka samochodów: osobowe i ciężarowe
 - ▶ Uniwersytet: nauczanie studentów i badania naukowe
- ▶ Korzyści:
 - ▶ Wspólne wykorzystywanie czynników produkcji
 - ▶ Wspólne wykorzystywanie zasobów zarządzania
 - ▶ Dostęp do technologii / wiedzy
- ▶ Przychody zakresu produkcji (*economies of scope*)



Przychody zakresu produkcji

► Krzywa możliwości produkcyjnych (transformacji)



Przychody zakresu produkcji

- ▶ Brak bezpośredniego związku między przychodami skali a przychodami zakresu produkcji
- ▶ Przychody z zakresu można zmierzyć jako udział kosztów zaoszczędzonych w wyniku łącznej produkcji dóbr

$$SCI = \frac{TC(q_A) + TC(q_B) - TC(q_A, q_B)}{TC(q_A, q_B)}$$

- ▶ Jeśli występują korzyści z zakresu produkcji to łączna produkcja tańsza niż oddzielna
 - ▶ $SCI > 0$ – rosnące przychody z zakresu produkcji
 - ▶ $SCI < 0$ – malejące przychody z zakresu produkcji
 - ▶ Im większa wartość SCI tym większe przychody z zakresu (+ lub -)

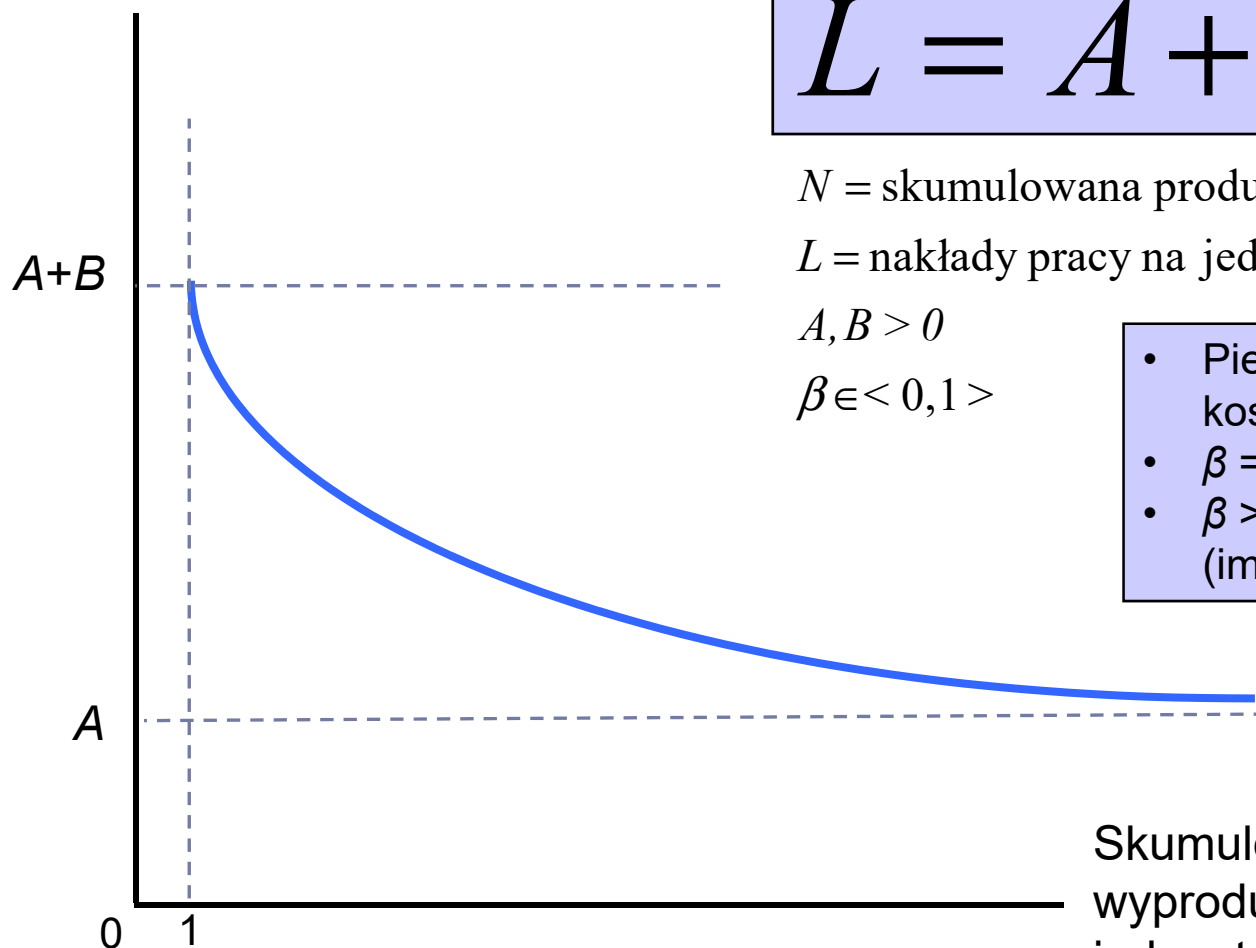
Dynamika kosztów – krzywa uczenia się

- ▶ Spadek kosztów produkcji w wyniku uczenia się
 - ▶ Doświadczenie
 - ▶ Efektywniejsza praca
 - ▶ Lepsza organizacja
 - ▶ Przesunięcie krzywych kosztów
- ▶ Krzywa uczenia się (*learning curve*)
 - ▶ Obrazuje zależność pomiędzy łączną dotychczasową produkcją a ilością czynników potrzebną do wyprodukowania jednostki produktu



Krzywa uczenia się – w badaniach empirycznych

Ilość godzin pracy



$$L = A + BN^{-\beta}$$

N = skumulowana produkcja

L = nakłady pracy na jednostkę produktu

$A, B > 0$

$\beta \in < 0, 1 >$

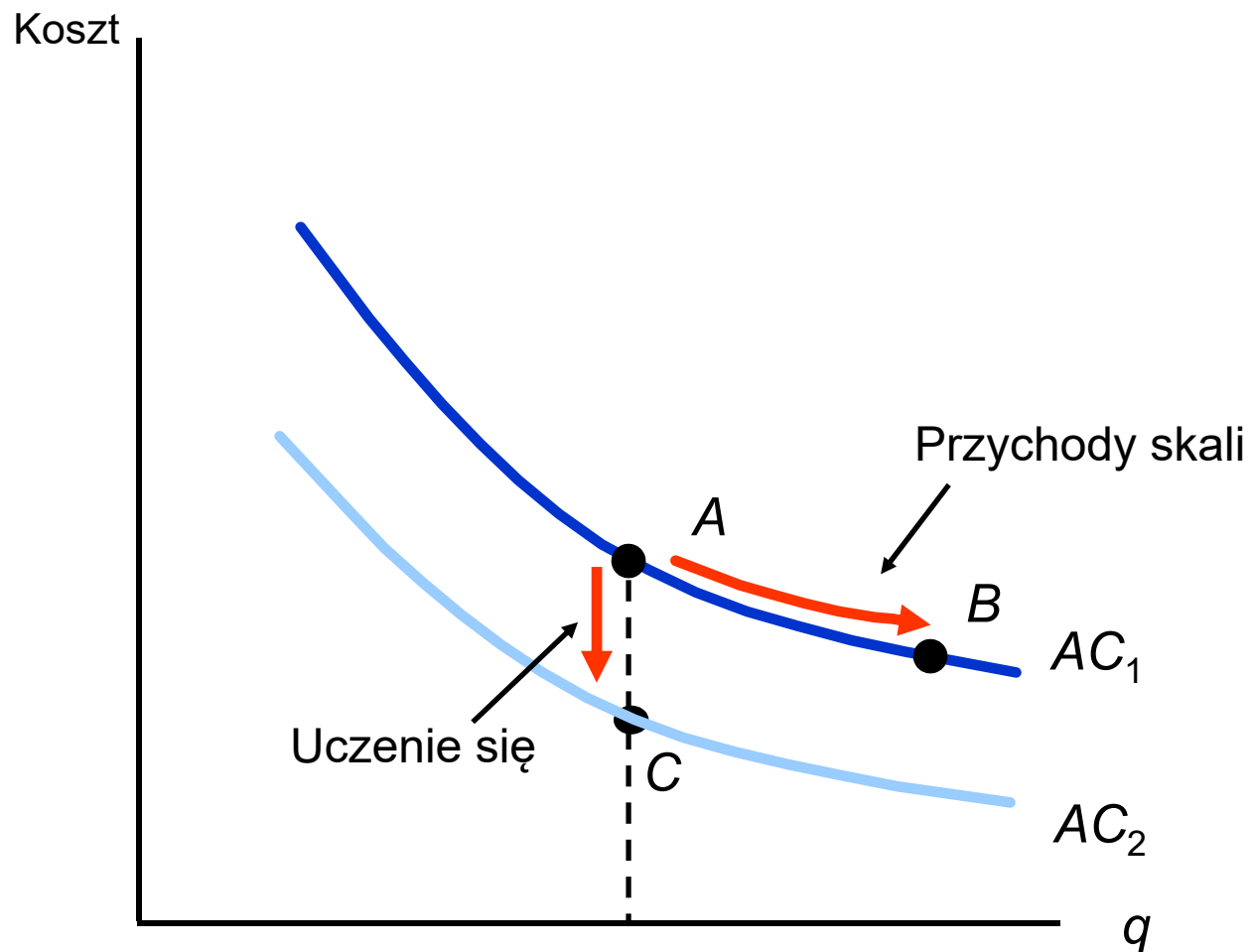
- Pierwsza jednostka ($N=1$) kosztuje $A+B$
- $\beta = 0$ – brak uczenia się
- $\beta > 0$ – L zbiega do A (im większe β tym szybciej)

Skumulowana ilość
wyprodukowanych
jednostek

Krzywa uczenia się

- ▶ Dla nowych firm uczenie się może okazać się istotniejsze niż rosnące przychody skali
- ▶ Dla starych, doświadczonych firm uczenie się przynosi relatywnie mniejsze korzyści

Uczenie się a korzyści skali



Uczenie się – przykłady empiryczne

- ▶ Jesteś menadżerem nowej linii produktów chemii gospodarczej
 - ▶ W początkowym okresie działalności:
 - ▶ Zdecydujesz się sprzedawać mało i po wysokiej cenie?
 - ▶ Zdecydujesz się sprzedawać dużo i po niskiej cenie?

Uczenie się – przykłady empiryczne

▶ Badanie empiryczne:

- ▶ 37 nowych produktów chemicznych
 - ▶ $AC = -0,387 \log(C_X) - 0,173 \log(X)$
 - ▶ Wzrost skumulowanej produkcji o 1 % powoduje spadek AC o 0,387%
 - ▶ Wzrost wielkości fabryki o 1% powoduje spadek AC o 0,173%
 - ▶ Dla całej próby średni koszt spadał o 5,5% rocznie
 - ▶ Podwojenie wielkości fabryki skutkowało 11% spadkiem AC
 - ▶ Podwojenie skumulowanej produkcji pierwszego roku powodowało spadek AC o 27%
-
- ▶ Lieberman, M. (1984) *The Learning Curve and Pricing in Chemical Processing Industries*, RAND Journal of Economics 15:213-28

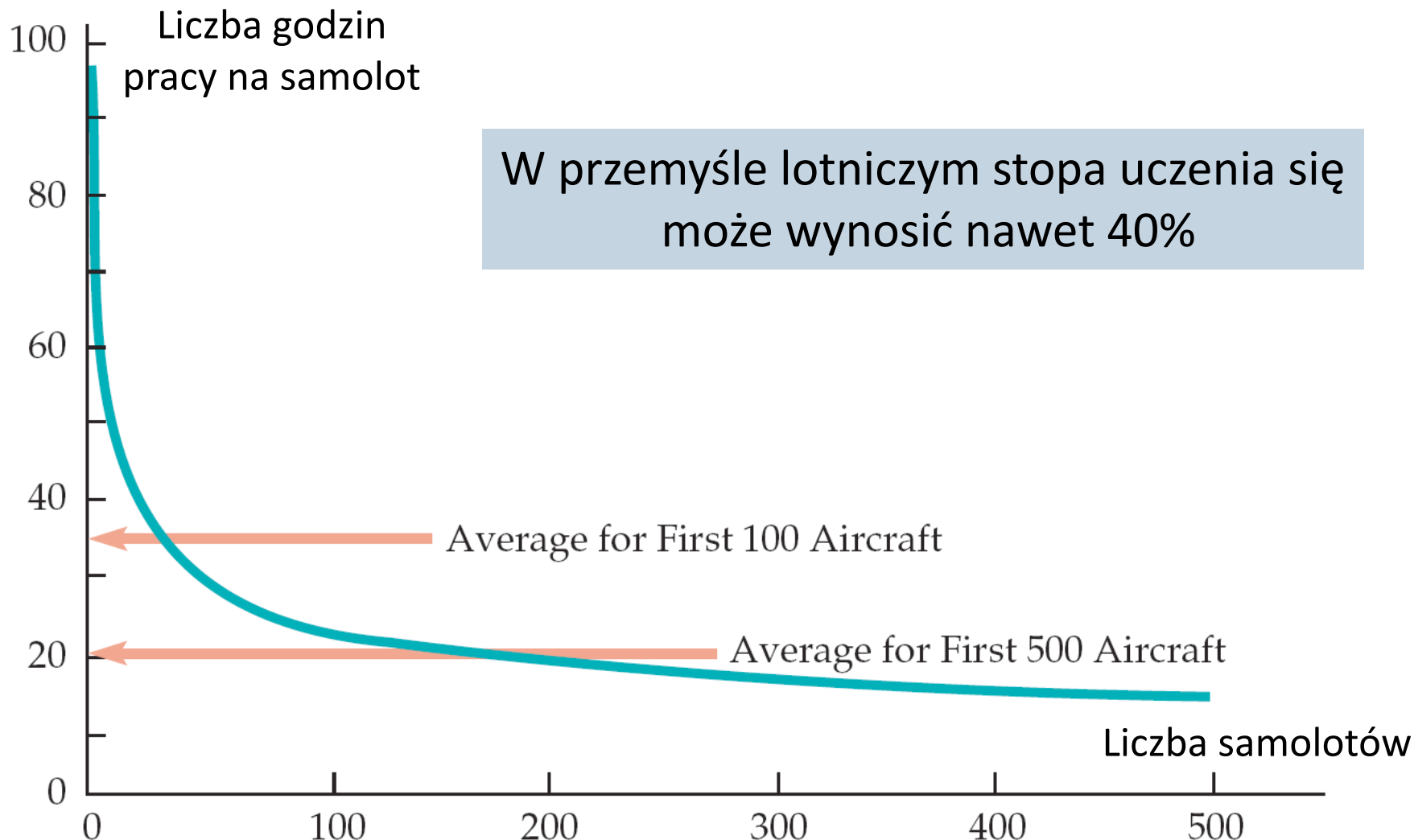
Uczenie się – przykłady empiryczne

► Badanie empiryczne:

- W przemyśle półprzewodników, wśród 7 kolejnych generacji pamięci DRAM z lat 1974-1992 wykazano stopę uczenia się na średnim poziomie ok. 20%
 - (10% wzrost skumulowanej produkcji powoduje 2% spadek średniego kosztu)
 - Takie same rezultaty w Japonii i USA

- Irwin, D. A., P. J. Kelow (1994) *Learning-by-Doing Spillovers in the Semiconductor Industry*, Journal of Political Economy 102:1200-27

Uczenie się – przykłady empiryczne



Quiz

► Prawda czy fałsz:

1. W analizie ekonomicznej każdej decyzji koszty utopione powinny być brane pod uwagę
2. Gdy koszt krańcowy przewyższa koszt średni to ten ostatni rośnie
3. MC zwykle przecina AC w minimum
4. Całka z MC to $TC = VC + FC$
5. Malejące przychody skali oznaczają, że AC jest rosnące
6. LATC jest obwiednią krótkookresowych AC
7. Jeśli przychody z zakresu są dodatnie, to występują rosnące przychody skali



Literatura

► V: 20, 21

► P: 7

